

제 2교시

수학 영역

1. $i(i+1)+\frac{1}{i}$ 의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$) [2점]
- ① $i-2$

② i

③ $i+2$

④ -1

⑤ 1

2. 전체집합 U 의 임의의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 중
집합 $A\cup(A^c\cap B)$ 와 같은 집합은? [2점]
- ① \emptyset

② $A\cap B$

③ A

④ B

⑤ $A\cup B$

3. 세 조건 p, q, r 에 대하여 두 명제 $p\rightarrow q, r\rightarrow \sim q$ 가 모두 참일 때, 다음 명제 중 항상 참인 것은? [2점]
- ① $\sim p\rightarrow \sim q$

② $q\rightarrow r$

③ $r\rightarrow \sim p$

④ $\sim r\rightarrow q$

⑤ $\sim r\rightarrow \sim p$

4. 부등식 $2|x-1|+x \leq 4$ 를 만족하는 모든 정수 x 의 값의 합은?
[3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

6. $0 < a < b < 1$ 인 두 실수 a, b 에 대하여 세 수

$$A = ab, \quad B = \frac{a^2 + b^2}{ab}, \quad C = \frac{a+b}{b}$$

의 대소 관계로 옳은 것은? [3점]

- ① $A < B < C$ ② $A < C < B$ ③ $B < A < C$
④ $C < A < B$ ⑤ $C < B < A$

5. 등식 $i - \left(\frac{1-i}{1+i} \right)^{2013} = a+bi$ 를 만족하는 두 실수 a, b 에 대하여
 $a+b$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$) [3점]

- ① 4 ② 2 ③ 0 ④ -2 ⑤ -4

7. 두 복소수 α, β 에 대하여 $\alpha\bar{\beta}=1, \alpha+\frac{1}{\alpha}=2i$ 일 때, $\beta+\frac{1}{\beta}$ 의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$ 이고 $\bar{\alpha}, \bar{\beta}$ 는 각각 α, β 의 켤레복소수이다.) [3점]

- ① -2
 ② 2
 ③ $-2i$
- ④ i
 ⑤ $2i$

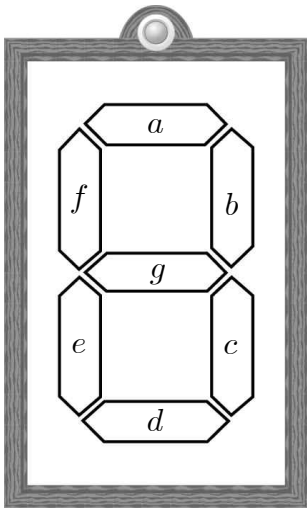
8. 어떤 용기 속의 압력을 p_1 , 용기 밖의 압력을 p_2 , 기체의 밀도를 ρ 라 할 때, 단위 시간에 분출되는 기체의 속도 v 는

$$v=\sqrt{\frac{2(p_1-p_2)}{\rho}}$$

라 한다. $p_1=3, p_2=1$ 인 상황에서 밀도가 4인 기체 A가 단위 시간에 분출되는 속도를 v_1 , 밀도가 $6+\sqrt{20}$ 인 기체 B가 단위 시간에 분출되는 속도를 v_2 라 할 때, $\frac{v_1}{v_2}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{\sqrt{5}-2}{2}$
 ② $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$
 ③ $\sqrt{5}-1$
- ④ $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$
 ⑤ $\sqrt{5}+1$

9. 그림과 같이 a 에서 g 까지 7개의 전등의 점등을 이용하여 입력값을 나타내는 고정된 숫자판이 있다.



입력값의 전체집합 $U=\{2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여, 다음은 입력값에 따른 숫자판의 점등상태를 나타낸 것으로 어둡게 색칠된 부분은 점등된 전등이다.

입력값	2	3	4	5
점등 상태				

전체집합 U 의 두 부분집합 P, Q 가

$$P=\{x|x\text{는 소수}\}, Q=\{x|x\text{는 홀수}\}$$

일 때, c 전등이 점등되는 모든 입력값의 집합을 옳게 나타낸 것은? [3점]

- ① P
 ② Q
 ③ $P\cup Q^c$
- ④ $P^c\cup Q$
 ⑤ $P^c\cap Q^c$

10. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 2(k+2)x + 2k^2 - 28 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖기 위한 정수 k 의 개수는? [3점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

11. 다항식 $f(x)$ 가 다음 조건을 모두 만족할 때 $f(0)$ 의 값은?
[3점]

- (가) $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나누면 나머지가 7이다.
 (나) $f(x)$ 를 $x+1$ 로 나누면 나머지가 1이다.
 (다) $f(x)$ 를 $(x-2)(x+1)$ 로 나누면 몫과 나머지가 서로 같다.

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

12. 점 $A(1, 6)$ 을 한 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 의 두 변 AB , AC 의 중점을 각각 $M(x_1, y_1)$, $N(x_2, y_2)$ 라 하자. $x_1 + x_2 = 2$, $y_1 + y_2 = 4$ 일 때, 삼각형 ABC 의 무게중심의 좌표는? [3점]

- ① $\left(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right)$ ② $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ ③ $\left(1, \frac{2}{3}\right)$
 ④ $(1, 2)$ ⑤ $(2, 1)$

16. 어느 학교에서는 1학년 전체 학생들을 대상으로 다음해에 학습할 제2외국어 A, B 두 과목 중 한 과목을 반드시 선택하게 하였다. 1차 선택이 끝난 후 선택과목 변경을 허용하였더니 1차 선택에서 A 과목을 선택한 학생들의 10%가 B 과목으로 바꾸었고, 1차 선택에서 B 과목을 선택한 학생들의 10%가 A 과목으로 바꾸었으며 나머지 학생들은 1차 선택을 변경하지 않았다. 선택과목 변경이 끝난 후 B 과목을 선택한 학생들이 전체 학생의 20%이었을 때, 1차 선택에서 B 과목을 선택한 학생들은 전체 학생의 몇 %인가? (단, 1학년 전체 학생은 전학, 휴학 등의 학적 변동은 없다.) [4점]

- ① 10 ② 12.5 ③ 15
④ 17.5 ⑤ 20

17. 다음은 0이 아닌 세 실수 a, b, c 에 대하여

$$\frac{a+b-c}{c} = \frac{a-b+c}{b} = \frac{-a+b+c}{a} \text{ 이면}$$

$$a+b+c=0 \text{ 또는 } a=b=c$$

임을 증명하는 과정이다.

<증명>

$$\frac{a+b-c}{c} = \frac{a-b+c}{b} = \frac{-a+b+c}{a} = k \text{ 라 하면}$$

$$a+b-c=ck \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$a-b+c=bk \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$$-a+b+c=ak \quad \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

①, ②, ③에서 $\boxed{\text{가}}$ $(a+b+c)=0$ 이므로

$a+b+c=0$ 또는 $\boxed{\text{가}}=0$ 이다.

$\boxed{\text{가}}=0$ 일 때,

$$\textcircled{㉠} \text{에서 } a+b=\boxed{\text{나}}c \quad \cdots \cdots \textcircled{㉣}$$

$$\textcircled{㉡} \text{에서 } a+c=\boxed{\text{나}}b \quad \cdots \cdots \textcircled{㉤}$$

④, ⑤에서 $3(b-c)=0$ 이므로 $b=c$ 이다.

따라서 ⑤에서 $a=b$ 이므로 $a=b=c$ 이다.

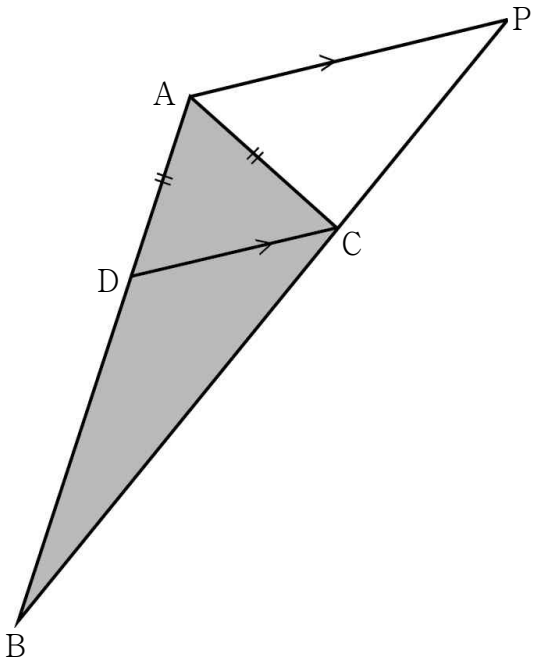
$$\text{그러므로 } \frac{a+b-c}{c} = \frac{a-b+c}{b} = \frac{-a+b+c}{a} \text{ 이면}$$

$a+b+c=0$ 또는 $a=b=c$ 이다.

위의 과정에서 (가)에 알맞은 식을 $f(k)$ 라 하고, (나)에 알맞은 수를 m 이라 할 때, $f(1)+2m$ 의 값은? [4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

18. 세 꼭짓점의 좌표가 $A(0, 3)$, $B(-5, -9)$, $C(4, 0)$ 인 삼각형 ABC 가 있다. 그림과 같이 $\overline{AC} = \overline{AD}$ 가 되도록 점 D 를 선분 AB 위에 잡는다. 점 A 를 지나면서 선분 DC 와 평행인 직선이 선분 BC 의 연장선과 만나는 점을 P 라 하자. 이 때, 점 P 의 좌표는? [4점]



- ① $\left(\frac{61}{8}, \frac{29}{8}\right)$
- ② $\left(\frac{65}{8}, \frac{33}{8}\right)$
- ③ $\left(\frac{69}{8}, \frac{37}{8}\right)$
- ④ $\left(\frac{73}{8}, \frac{41}{8}\right)$
- ⑤ $\left(\frac{77}{8}, \frac{45}{8}\right)$

19. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + (m+1)x + 2m - 1 = 0$ 의 두 근이 정수가 되도록 하는 모든 정수 m 의 값의 합은? [4점]

- ① 6
- ② 7
- ③ 8
- ④ 9
- ⑤ 10

20. 이차항의 계수가 1 인 x 에 대한 두 이차다항식의 최대공약수가 $x-1$, 최소공배수가 x^3+ax^2+bx-6 일 때, 두 이차다항식의 곱을 $f(x)$ 라 하자. $f(-1)=8$ 일 때, 두 실수 a, b 에 대하여 ab 의 값은? [4점]

- ① -4 ② -2 ③ 2 ④ 4 ⑤ 8

21. 계수가 유리수인 x 에 대한 두 다항식 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 $f(x) = x^2 + ax - 4$ 이고 $g(x)$ 는 이차 이상의 다항식이다. 소수인 자연수 b 에 대하여 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 조건을 모두 만족한다.

$$(7\text{가}) \quad f(\sqrt{b+1-2\sqrt{b}})=0$$

$$(4) \quad g(-\sqrt{b+1+2\sqrt{b}}) = 1 + \sqrt{5}$$

이 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

- <보 기> -

$$\neg. f(-\sqrt{b}-1)=0$$

$\perp, a=2, b=5$

ㄷ. $g(x)$ 를 $f(x)$ 로 나누면 나머지는 x 이다.

- ① \neg ② \sqsubset ③ \neg, \sqsubset
④ \sqsubset, \sqsubset ⑤ $\neg, \sqsubset, \sqsubset$

단답형 (22~30)

22. 임의의 두 실수 a, b 에 대하여 연산 \odot 를

$$a \odot b = \begin{cases} a^2 & (a^2 > 2b) \\ 2b & (a^2 \leq 2b) \end{cases}$$

로 정의할 때, $\sqrt{7} \odot 5$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 삼차방정식 $x^3 - 7x + 6 = 0$ 의 세 근 α, β, γ ($\alpha > \beta > \gamma$)에 대하여 $\alpha + 2\beta - 3\gamma$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 두 실수 a, b 에 대하여 $ab = 8$ 일 때, $a^2 + 4b^2$ 의 최솟값을 구하시오. [3점]

25. 실수 전체의 집합에 대하여 명제

$$\text{‘어떤 실수 } x \text{에 대하여 } x^2 - 18x + k < 0\text{’}$$

의 부정이 참이 되도록 하는 상수 k 의 최솟값을 구하시오. [3점]

26. 실수 전체의 집합 R 의 두 부분집합

$$A = \{x \mid x^2 - x - 6 > 0\}, B = \{x \mid x^2 + ax + b \leq 0\}$$

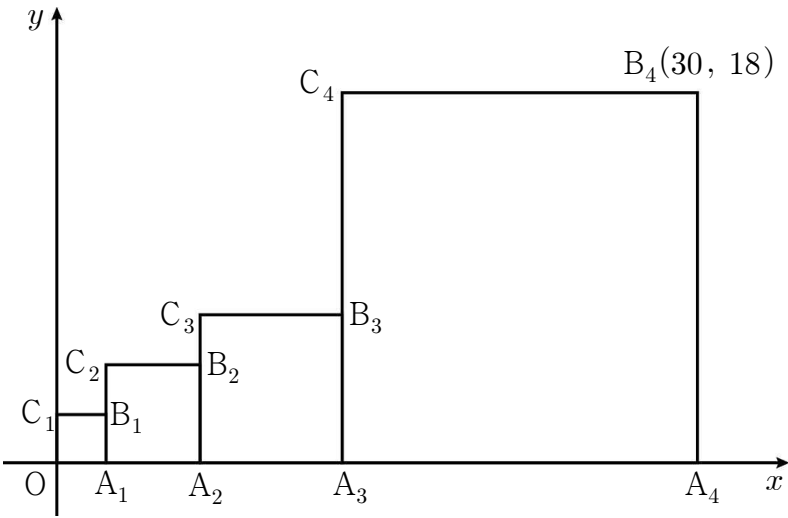
가 다음 조건을 모두 만족시킬 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $a - b$ 의 값을 구하시오. [4점]

$$(가) \ A \cup B = R$$

$$(나) \ A \cap B = \{x \mid -5 \leq x < -2\}$$

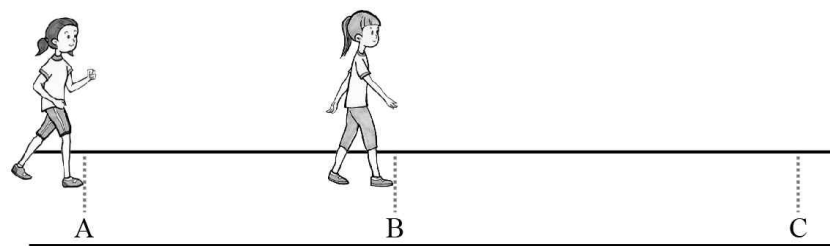
27. 두 실수 a, b 에 대하여 $a^3=9-4\sqrt{5}$, $b^3=9+4\sqrt{5}$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 그림과 같이 x 축 위의 네 점 A_1, A_2, A_3, A_4 에 대하여 $\overline{OA_1}$, $\overline{A_1A_2}$, $\overline{A_2A_3}$, $\overline{A_3A_4}$ 를 각각 한 변으로 하는 정사각형 $OA_1B_1C_1$, $A_1A_2B_2C_2$, $A_2A_3B_3C_3$, $A_3A_4B_4C_4$ 가 있다. 점 B_4 의 좌표가 $(30, 18)$ 이고 정사각형 $OA_1B_1C_1$, $A_1A_2B_2C_2$, $A_2A_3B_3C_3$ 의 넓이의 비가 $1:4:9$ 일 때, $\overline{B_1B_3}^2$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이다.) [4점]



29. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + (a-4)x - 1 = 0$ 의 두 근을 α 와 β , $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근을 α 와 γ 라 하자. 상수 a, b 에 대하여 $2\alpha = \beta - \gamma$ 가 성립할 때, $2a - b$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 그림과 같이 직선 도로 위에 세 지점 A, B, C 가 있고 갑은 A , 을은 B 에 있다.



갑이 A 에서 출발하여 B 를 거쳐 C 를 향하여 움직인다. 갑이 B 에 도착하였을 때, 을이 B 를 출발하여 갑과 을이 동시에 C 에 도착하였다. 갑과 을이 같은 속도로 움직였을 때, 다음은 갑과 을의 이동거리에 관한 설명이다.

- (i) 갑이 A 에서 출발한 후 a 만큼 이동하였을 때, 을이 이동한 거리는 A 에서 C 까지 거리의 $\frac{1}{2}$ 이다.
(ii) 을이 B 에서 출발한 후 a 만큼 이동하였을 때, 갑이 A 에서 출발하여 이동한 거리는 B 에서 C 까지 거리와 같다.

갑과 을이 이동한 거리의 총합이 66일 때, a 의 값을 구하시오. (단, A 에서 B 까지의 거리는 a 보다 작고, 직선 도로의 폭은 무시한다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오