

제 2 교시

수학 영역(B형)

5지선다형

1. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & a \end{pmatrix}$ 에 대하여 $2A+B = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}$ 일 때, a 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{xe^x}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 공비가 0이 아닌 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 = 4$, $3a_5 = a_7$ 일 때, a_3 의 값은? [2점]

① 6 ② 9 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

4. 좌표공간의 점 $P(2, 2, 3)$ 을 yz 평면에 대하여 대칭이동시킨 점을 Q 라 하자. 두 점 P 와 Q 사이의 거리는? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 함수 $f(x) = (2e^x + 1)^3$ 에 대하여 $f'(0)$ 의 값은? [3점]

- ① 48 ② 51 ③ 54 ④ 57 ⑤ 60

6. 좌표평면 위의 네 점 $O(0, 0)$, $A(4, 2)$, $B(0, 2)$, $C(2, 0)$ 에 대하여 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{BC}$ 의 값은? [3점]

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

7. 행렬 $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ 로 나타내어지는 일차변환을 f , 원점을 중심으로 $\frac{\pi}{4}$ 만큼 회전하는 회전변환을 g 라 하자. 합성변환 $f \circ g$ 에 의하여 점 $(3, 3)$ 이 옮겨진 점을 P 라 할 때, 선분 OP 의 길이는? (단, O 는 원점이다.) [3점]

- ① $2\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $4\sqrt{2}$ ④ $3\sqrt{5}$ ⑤ $6\sqrt{2}$

8. 로그방정식 $\log_2(4+x) + \log_2(4-x) = 3$ 을 만족시키는 모든 실수 x 의 값의 곱은? [3점]

- ① -10 ② -8 ③ -6 ④ -4 ⑤ -2

10. 곡선 $y = \ln 5x$ 위의 점 $\left(\frac{1}{5}, 0\right)$ 에서의 접선의 y 절편은?

[3점]

- ① $-\frac{5}{2}$ ② -2 ③ $-\frac{3}{2}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{1}{2}$

9. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고

$$P(A) = \frac{1}{6}, \quad P(A \cap B^c) + P(A^c \cap B) = \frac{1}{3}$$

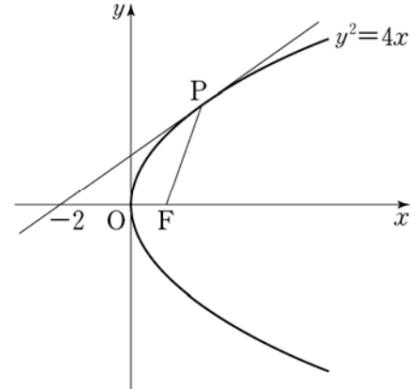
일 때, $P(B)$ 의 값은? (단, A^c 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

11. 좌표평면에서 두 직선 $x-y-1=0$, $ax-y+1=0$ 이 이루는 예각의 크기를 θ 라 하자. $\tan\theta=\frac{1}{6}$ 일 때, 상수 a 의 값은? (단, $a>1$) [3점]

- ① $\frac{11}{10}$ ② $\frac{6}{5}$ ③ $\frac{13}{10}$ ④ $\frac{7}{5}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

12. 그림과 같이 초점이 F인 포물선 $y^2=4x$ 위의 한 점 P에서의 접선이 x 축과 만나는 점의 x 좌표가 -2 이다. $\cos(\angle PFO)$ 의 값은? (단, O는 원점이다.) [3점]



- ① $-\frac{5}{12}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $-\frac{1}{4}$ ④ $-\frac{1}{6}$ ⑤ $-\frac{1}{12}$

13. 어느 회사 직원들의 하루 여가 활동 시간은 모평균이 m , 모표준편차가 10인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사 직원 중 n 명을 임의추출하여 신뢰도 95%로 추정한 모평균 m 에 대한 신뢰구간이 $[38.08, 45.92]$ 일 때, n 의 값은? (단, 시간의 단위는 분이고, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때 $P(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.475$ 로 계산한다.) [3점]

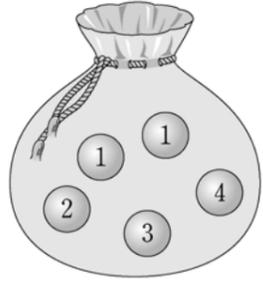
- ① 25 ② 36 ③ 49 ④ 64 ⑤ 81

14. 곡선 $y=e^{\frac{x}{2}}$ 과 y 축 및 직선 $y=e$ 로 둘러싸인 부분을 x 축의 둘레로 회전시켜 생기는 회전체의 부피는? [4점]

- ① $\frac{e^2+1}{2}\pi$ ② $\frac{e(e+1)}{2}\pi$ ③ $e^2\pi$
 ④ $(e^2+1)\pi$ ⑤ $e(e+1)\pi$

15. 주머니에 1, 1, 2, 3, 4의 숫자가 하나씩 적혀 있는 5개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 4개의 공을 동시에 꺼내어 임의로 일렬로 나열하고, 나열된 순서대로 공에 적혀 있는 수를 a, b, c, d 라 할 때, $a \leq b \leq c \leq d$ 일 확률은? [4점]

- ① $\frac{1}{15}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{1}{9}$ ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{3}$



16. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 10$ 이고

$$(a_{n+1})^{n+1} = \frac{a_1 + (a_2)^2 + (a_3)^3 + \cdots + (a_n)^n}{n} \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정의 일부이다.

$b_n = (a_n)^n$ 이라 하면 $b_1 = 10$ 이고 주어진 식으로부터

$$b_{n+1} = \frac{b_1 + b_2 + \cdots + b_n}{n} \quad (n \geq 1)$$

이다. $S_n = \sum_{k=1}^n b_k$ 라 하면

$$S_{n+1} = \boxed{\text{(가)}} \times S_n$$

이다.

$$S_1 = 10,$$

$$S_n = S_1 \times \frac{S_2}{S_1} \times \frac{S_3}{S_2} \times \cdots \times \frac{S_n}{S_{n-1}} \quad (n \geq 2)$$

를 이용하여 S_n 을 구하면

$$S_n = \boxed{\text{(나)}} \quad (n \geq 1)$$

이다.

⋮

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n)$ 이라 할 때, $f(5) \times g(6)$ 의 값은? [4점]

- ① 72 ② 76 ③ 80 ④ 84 ⑤ 88

17. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$B^2 + AB = E, \quad B^2 = B - E$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

㉠. $AB = BA$
 ㉡. $A + 2B = E$
 ㉢. $A^3 + A^2 + 3A = 2E$

- ① ㉠ ② ㉢ ③ ㉠, ㉡
 ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

18. 확률변수 X 는 정규분포 $N(10, 4^2)$, 확률변수 Y 는 정규분포 $N(m, 4^2)$ 을 따르고, 확률변수 X 와 Y 의 확률밀도함수는 각각 $f(x)$ 와 $g(x)$ 이다.

$$f(12) = g(26), \quad P(Y \geq 26) \geq 0.5$$

일 때, $P(Y \leq 20)$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

- ① 0.0062 ② 0.0228 ③ 0.0896
 ④ 0.1587 ⑤ 0.2255

19. 두 초점이 F, F'인 쌍곡선 $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ 위의 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 점 P는 제1사분면에 있다.
- (나) 삼각형 PF'F가 이등변삼각형이다.

삼각형 PF'F의 넓이를 a 라 할 때, 모든 a 의 값의 곱은? [4점]

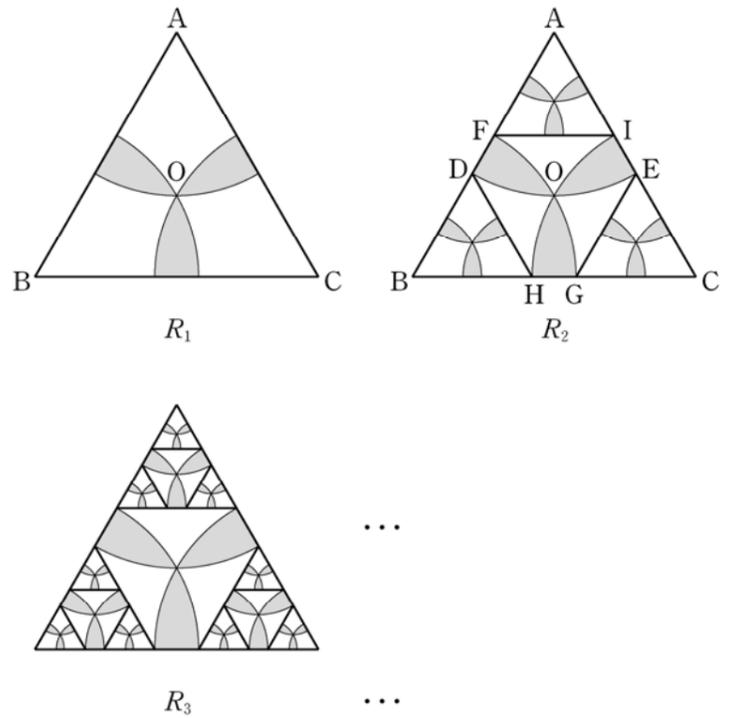
- ① $3\sqrt{77}$ ② $6\sqrt{21}$ ③ $9\sqrt{10}$ ④ $21\sqrt{2}$ ⑤ $3\sqrt{105}$

20. 그림과 같이 한 변의 길이가 6인 정삼각형 ABC가 있다. 정삼각형 ABC의 외심을 O라 할 때, 중심이 A이고 반지름의 길이가 \overline{AO} 인 원을 O_A , 중심이 B이고 반지름의 길이가 \overline{BO} 인 원을 O_B , 중심이 C이고 반지름의 길이가 \overline{CO} 인 원을 O_C 라 하자. 원 O_A 와 원 O_B 의 내부의 공통부분, 원 O_A 와 원 O_C 의 내부의 공통부분, 원 O_B 와 원 O_C 의 내부의 공통부분 중 삼각형 ABC 내부에 있는 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에 원 O_A 가 두 선분 AB, AC와 만나는 점을 각각 D, E, 원 O_B 가 두 선분 AB, BC와 만나는 점을 각각 F, G, 원 O_C 가 두 선분 BC, AC와 만나는 점을 각각 H, I라 하고, 세 정삼각형 AFI, BHD, CEG에서 R_1 을 얻는 과정과 같은 방법으로 각각 만들어지는 모양의 도형 3개에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

그림 R_2 에 새로 만들어진 세 개의 정삼각형에 각각 R_1 에서 R_2 를 얻는 과정과 같은 방법으로 만들어지는 모양의 도형 9개에 색칠하여 얻은 그림을 R_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $(2\pi - 3\sqrt{3})(\sqrt{3} + 3)$
- ② $(\pi - \sqrt{3})(\sqrt{3} + 3)$
- ③ $(2\pi - 3\sqrt{3})(2\sqrt{3} + 3)$
- ④ $(\pi - \sqrt{3})(2\sqrt{3} + 3)$
- ⑤ $(2\pi - 2\sqrt{3})(\sqrt{3} + 3)$

21. 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} |\sin x| - \sin x & \left(-\frac{7}{2}\pi \leq x < 0\right) \\ \sin x - |\sin x| & \left(0 \leq x \leq \frac{7}{2}\pi\right) \end{cases}$$

라 하자. 닫힌 구간 $\left[-\frac{7}{2}\pi, \frac{7}{2}\pi\right]$ 에 속하는 모든 실수 x 에 대하여 $\int_a^x f(t) dt \geq 0$ 이 되도록 하는 실수 a 의 최솟값을 α , 최댓값을 β 라 할 때, $\beta - \alpha$ 의 값은? (단, $-\frac{7}{2}\pi \leq a \leq \frac{7}{2}\pi$)

[4점]

- ① $\frac{\pi}{2}$ ② $\frac{3}{2}\pi$ ③ $\frac{5}{2}\pi$ ④ $\frac{7}{2}\pi$ ⑤ $\frac{9}{2}\pi$

단답형

22. $\int_1^{16} \frac{1}{\sqrt{x}} dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 무리방정식 $\sqrt{-x^2+7x} = -x^2+7x-2$ 의 모든 실근의 값을 구하시오. [3점]

24. 자연수 n 에 대하여 x 에 대한 이차방정식

$$x^2 + 2nx - 4n = 0$$

의 양의 실근을 a_n 이라 하자. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 고속철도의 최고소음도 $L(\text{dB})$ 을 예측하는 모형에 따르면 한 지점에서 가까운 선로 중앙 지점까지의 거리를 $d(\text{m})$, 열차가 가까운 선로 중앙 지점을 통과할 때의 속력을 $v(\text{km/h})$ 라 할 때, 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

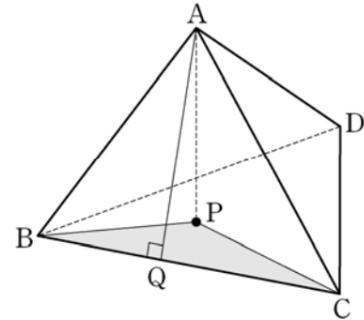
$$L = 80 + 28 \log \frac{v}{100} - 14 \log \frac{d}{25}$$

가까운 선로 중앙 지점 P 까지의 거리가 75m 인 한 지점에서 속력이 서로 다른 두 열차 A, B 의 최고소음도를 예측하고자 한다. 열차 A 가 지점 P 를 통과할 때의 속력이 열차 B 가 지점 P 를 통과할 때의 속력의 0.9 배일 때, 두 열차 A, B 의 예측 최고소음도를 각각 L_A, L_B 라 하자. $L_B - L_A$ 의 값을 $a + b \log 3$ 이라 할 때, $a - b$ 의 값을 구하시오. (단, a 와 b 는 정수이다.) [3점]

26. 그림과 같이 $\overline{AB} = 9$, $\overline{BC} = 12$, $\cos(\angle ABC) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 인

사면체 $ABCD$ 에 대하여 점 A 의 평면 BCD 위로의 정사영을 P 라 하고 점 A 에서 선분 BC 에 내린 수선의 발을 Q 라 하자.

$\cos(\angle AQP) = \frac{\sqrt{3}}{6}$ 일 때 삼각형 BCP 의 넓이는 k 이다. k^2 의 값을 구하시오. [4점]

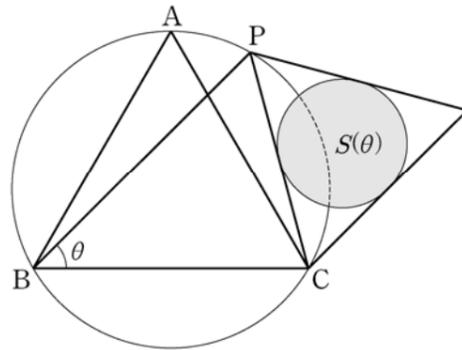


27. 다음 조건을 만족시키는 2 이상의 자연수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) $a+b+c+d = 20$
 (나) a, b, c 는 모두 d 의 배수이다.

28. 그림과 같이 원에 내접하고 한 변의 길이가 $2\sqrt{3}$ 인 정삼각형 ABC 가 있다. 점 B 를 포함하지 않는 호 AC 위의 점 P 에 대하여 $\angle PBC = \theta$ 라 하고, 선분 PC 를 한 변으로 하는 정삼각형에 내접하는 원의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자.

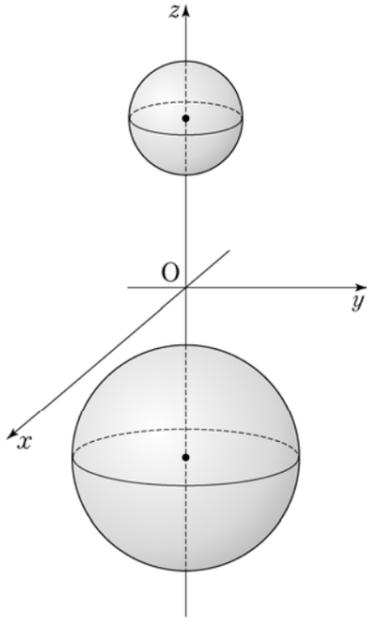
$\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{S(\theta)}{\theta^2} = a\pi$ 일 때, $60a$ 의 값을 구하시오. [4점]



29. 좌표공간에 두 개의 구

$$S_1 : x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 1, \quad S_2 : x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 4$$

가 있다. 점 $P\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{6}, 0\right)$ 을 포함하고 S_1 과 S_2 에 동시에 접하는 평면을 α 라 하자. 점 $Q(k, -\sqrt{3}, 2)$ 가 평면 α 위의 점일 때 $120k$ 의 값을 구하시오. [4점]



30. 양수 a 와 두 실수 b, c 에 대하여 함수

$$f(x) = (ax^2 + bx + c)e^x$$

은 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(x)$ 는 $x = -\sqrt{3}$ 과 $x = \sqrt{3}$ 에서 극값을 갖는다.
- (나) $0 \leq x_1 < x_2$ 인 임의의 두 실수 x_1, x_2 에 대하여 $f(x_2) - f(x_1) + x_2 - x_1 \geq 0$ 이다.

세 수 a, b, c 의 곱 abc 의 최댓값을 $\frac{k}{e^3}$ 라 할 때, $60k$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.