

제 2 교시

수학 영역(나형)

홀수형

5지선다형

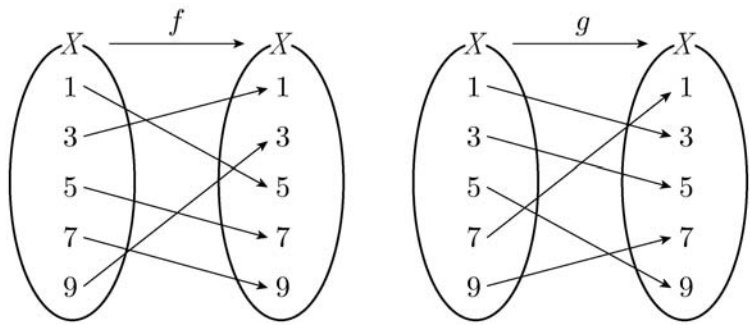
1. 16×2^{-3} 의 값은? [2점]
- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

2. 두 집합 $A = \{a+2, 6\}$, $B = \{3, b-1\}$ 에 대하여
 $A=B$ 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 실수이다.) [2점]
- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9n^2+4}}{5n-2}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ 1

4. 그림은 두 함수 $f: X \rightarrow X$, $g: X \rightarrow X$ 를 나타낸 것이다.



$(g \circ f)(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

5. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A^C) = \frac{2}{3}, \quad P(A^C \cap B) = \frac{1}{4}$$

일 때, $P(A \cup B)$ 의 값은? (단, A^C 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{2}$
- ② $\frac{7}{12}$
- ③ $\frac{2}{3}$
- ④ $\frac{3}{4}$
- ⑤ $\frac{5}{6}$

6. 실수 x 에 대한 두 조건

$$p : x = a,$$

$$q : 3x^2 - ax - 32 = 0$$

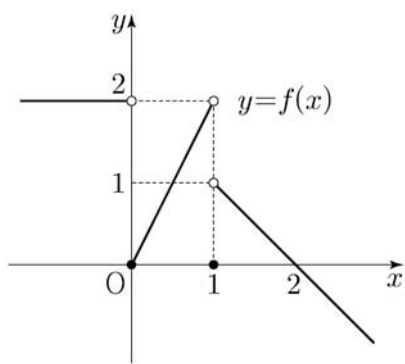
에 대하여 p 가 q 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 양수 a 의 값은? [3점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

7. 함수 $f(x) = \frac{k}{x-3} + 1$ 에 대하여 $f^{-1}(7) = 4$ 일 때, 상수 k 의 값은? (단, $k \neq 0$) [3점]

- ① 2
- ② 4
- ③ 6
- ④ 8
- ⑤ 10

8. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0+} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

9. 어느 학교 학생 200 명을 대상으로 체험활동에 대한 선호도를 조사하였다. 이 조사에 참여한 학생은 문화체험과 생태연구 중 하나를 선택하였고, 각각의 체험활동을 선택한 학생의 수는 다음과 같다.

(단위 : 명)

구분	문화체험	생태연구	합계
남학생	40	60	100
여학생	50	50	100
합계	90	110	200

이 조사에 참여한 학생 200 명 중에서 임의로 선택한 1 명이 생태연구를 선택한 학생일 때, 이 학생이 여학생일 확률은? [3점]

- ① $\frac{5}{11}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{6}{11}$ ④ $\frac{5}{9}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

10. 함수 $y=\sqrt{4-2x}+3$ 의 역함수의 그래프와 직선 $y=-x+k$ 가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 실수 k 의 최솟값은? [3점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

11. 함수 $f(x)=4x^3+x$ 에 대하여 $\lim_{n\rightarrow\infty}\sum_{k=1}^n\frac{1}{n}f\left(\frac{2k}{n}\right)$ 의 값은?
[3점]

- ① 6
- ② 7
- ③ 8
- ④ 9
- ⑤ 10

12. 함수 $f(x)=-x^4+8a^2x^2-1$ 이 $x=b$ 와 $x=2-2b$ 에서
극대일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 $a>0, b>1$ 인 상수이다.)
[3점]

- ① 3
- ② 5
- ③ 7
- ④ 9
- ⑤ 11

13. 어느 농장에서 수확하는 파프리카 1개의 무게는 평균이 180 g, 표준편차가 20 g인 정규분포를 따른다고 한다.

이 농장에서 수확한 파프리카 중에서 임의로 선택한 파프리카 1개의 무게가 190 g 이상이고 210 g 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.0440

② 0.0919

③ 0.1359
- ④ 0.1498

⑤ 0.2417

14. 상수항과 계수가 모두 정수인 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 최댓값은? [4점]

(가) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)g(x)}{x^3} = 2$

(나) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)g(x)}{x^2} = -4$

- ① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

15. 첫째항이 50이고 공차가 -4 인 등차수열의 첫째항부터

제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때, $\sum_{k=m}^{m+4} S_k$ 의 값이 최대가 되도록 하는 자연수 m 의 값은? [4점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

16. 숫자 1이 적혀 있는 공 10개, 숫자 2가 적혀 있는 공 20개, 숫자 3이 적혀 있는 공 30개가 들어 있는 주머니가 있다.

이 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 공에 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣는다. 이와 같은 시행을 10번 반복하여 확인한 10개의 수의 합을 확률변수 Y 라 하자. 다음은 확률변수 Y 의 평균 $E(Y)$ 와 분산 $V(Y)$ 를 구하는 과정이다.

주머니에 들어 있는 60개의 공을 모집단으로 하자. 이 모집단에서 임의로 한 개의 공을 꺼낼 때, 이 공에 적혀 있는 수를 확률변수 X 라 하면 X 의 확률분포, 즉 모집단의 확률분포는 다음 표와 같다.

X	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1

따라서 모평균 m 과 모분산 σ^2 은

$$m = E(X) = \frac{7}{3}, \quad \sigma^2 = V(X) = \boxed{\text{가}}$$

이다.

모집단에서 크기가 10인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 \bar{X} 라 하면

$$E(\bar{X}) = \frac{7}{3}, \quad V(\bar{X}) = \boxed{\text{나}}$$

이다.

주머니에서 n 번째 꺼낸 공에 적혀 있는 수를 X_n 이라 하면

$$Y = \sum_{n=1}^{10} X_n = 10\bar{X}$$

이므로

$$E(Y) = \frac{70}{3}, \quad V(Y) = \boxed{\text{다}}$$

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p , q , r 라 할 때, $p+q+r$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{31}{6}$ ② $\frac{11}{2}$ ③ $\frac{35}{6}$ ④ $\frac{37}{6}$ ⑤ $\frac{13}{2}$

17. 자연수 n 의 양의 약수의 개수를 $f(n)$ 이라 하고, 36의 모든 양의 약수를 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_9$ 라 하자.

$\sum_{k=1}^9 \{(-1)^{f(a_k)} \times \log a_k\}$ 의 값은? [4점]

- ① $\log 2 + \log 3$ ② $2\log 2 + \log 3$
 ③ $\log 2 + 2\log 3$ ④ $2\log 2 + 2\log 3$
 ⑤ $3\log 2 + 2\log 3$



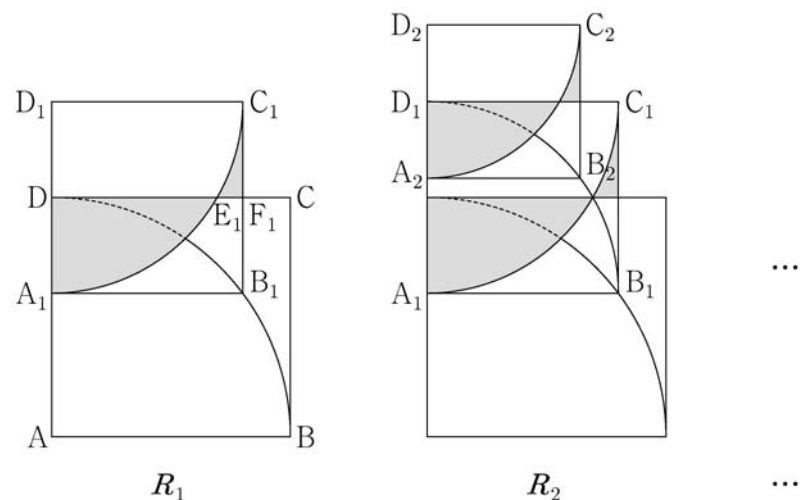
18. 그림과 같이 한 변의 길이가 5인 정사각형 ABCD에 중심이 A이고 중심각의 크기가 90° 인 부채꼴 ABD를 그린다. 선분 AD를 3:2로 내분하는 점을 A_1 , 점 A_1 을 지나고 선분 AB에 평행한 직선이 호 BD와 만나는 점을 B_1 이라 하자. 선분 A_1B_1 을 한 변으로 하고 선분 DC와 만나도록 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 을 그린 후, 중심이 D_1 이고 중심각의 크기가 90° 인 부채꼴 $D_1A_1C_1$ 을 그린다. 선분 DC가 호 A_1C_1 , 선분 B_1C_1 과 만나는 점을 각각 E_1, F_1 이라 하고, 두 선분 DA_1, DE_1 과 호 A_1E_1 로 둘러싸인 부분과 두 선분 E_1F_1, F_1C_1 과 호 E_1C_1 로 둘러싸인 부분인  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 에 중심이 A_1 이고 중심각의 크기가 90° 인 부채꼴 $A_1B_1D_1$ 을 그린다. 선분 A_1D_1 을 3:2로 내분하는 점을 A_2 , 점 A_2 를 지나고 선분 A_1B_1 에 평행한 직선이 호 B_1D_1 과 만나는 점을 B_2 라 하자. 선분 A_2B_2 를 한 변으로 하고 선분 D_1C_1 과 만나도록 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 를 그린 후, 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 에  모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{50}{3} \left(3 - \sqrt{3} + \frac{\pi}{6} \right)$ ② $\frac{100}{9} \left(3 - \sqrt{3} + \frac{\pi}{3} \right)$
 ③ $\frac{50}{3} \left(2 - \sqrt{3} + \frac{\pi}{3} \right)$ ④ $\frac{100}{9} \left(3 - \sqrt{3} + \frac{\pi}{6} \right)$
 ⑤ $\frac{100}{9} \left(2 - \sqrt{3} + \frac{\pi}{3} \right)$

19. 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6 중에서 중복을 허락하여 다섯 개를 다음 조건을 만족시키도록 선택한 후, 일렬로 나열하여 만들 수 있는 모든 다섯 자리의 자연수의 개수는? [4점]

(가) 각각의 홀수는 선택하지 않거나 한 번만 선택한다.
(나) 각각의 짝수는 선택하지 않거나 두 번만 선택한다.

- ① 450 ② 445 ③ 440 ④ 435 ⑤ 430

20. 함수

$$f(x) = \begin{cases} -x & (x \leq 0) \\ x-1 & (0 < x \leq 2) \\ 2x-3 & (x > 2) \end{cases}$$

와 상수가 아닌 다항식 $p(x)$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

—<보 기>—

- ㄱ. 함수 $p(x)f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이면 $p(0)=0$ 이다.
ㄴ. 함수 $p(x)f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하면 $p(2)=0$ 이다.
ㄷ. 함수 $p(x)\{f(x)\}^2$ 이 실수 전체의 집합에서 미분가능하면 $p(x)$ 는 $x^2(x-2)^2$ 으로 나누어떨어진다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $a_{2n}=a_n-1$

(나) $a_{2n+1}=2a_n+1$

$a_{20}=1$ 일 때, $\sum_{n=1}^{63}a_n$ 의 값은? [4점]

- ① 704

② 712

③ 720

④ 728

⑤ 736

단답형

22. ${}_7\text{P}_2+{}_7\text{C}_2$ 의 값을 구하십시오. [3점]

23. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\frac{a_{16}}{a_{14}}+\frac{a_8}{a_7}=12$$

일 때, $\frac{a_3}{a_1}+\frac{a_6}{a_3}$ 의 값을 구하십시오. [3점]

24. 확률변수 X 가 이항분포 $B(80, p)$ 를 따르고 $E(X) = 20$ 일 때, $V(X)$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 자연수 n 에 대하여 다항식 $2x^2 - 3x + 1$ 을 $x - n$ 으로 나누었을 때의 나머지를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^7 (a_n - n^2 + n)$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 두 함수

$$f(x) = \frac{1}{3}x(4-x), \quad g(x) = |x-1| - 1$$

의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이를 S 라 할 때, $4S$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시간 $t(t \geq 0)$ 에서의 위치 x_1, x_2 가

$$x_1=t^3-2t^2+3t, \quad x_2=t^2+12t$$

이다. 두 점 P, Q의 속도가 같아지는 순간 두 점 P, Q 사이의 거리를 구하시오. [4점]

28. 다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_1^x f(t)dt = \frac{x-1}{2}\{f(x)+f(1)\} \text{ 이다.}$$

(나) $\int_0^2 f(x)dx=5 \int_{-1}^1 xf(x)dx$

$f(0)=1$ 일 때, $f(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 세 명의 학생 A, B, C에게 같은 종류의 사탕 6개와 같은 종류의 초콜릿 5개를 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. [4점]

- (가) 학생 A가 받는 사탕의 개수는 1 이상이다.
(나) 학생 B가 받는 초콜릿의 개수는 1 이상이다.
(다) 학생 C가 받는 사탕의 개수와 초콜릿의 개수의 합은 1 이상이다.

30. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 방정식 $f(x)-x=0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.
(나) 방정식 $f(x)+x=0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.

$f(0)=0$, $f'(1)=1$ 일 때, $f(3)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.